

SECUENCIA DIDÁCTICA
ECONOMÍA – CIENCIAS SOCIALES
SISTEMA DE 2 ECUACIONES CON 2 INCÓGNITAS

Destinatarios: estudiantes de 3^{ro} y 4^{to} año de la Escuela Secundaria.

Eje: En Relación con las Funciones y el Álgebra.

Fundamentación

En los NAP de Matemática del Campo de Formación General del Ciclo Orientado (Resolución N°180/12 del CFE) se establece un trabajo de modelización de situaciones extra e intramatemáticas mediante sistemas de ecuaciones, lo que supone: a) trabajar las nociones de dependencia y variabilidad, b) seleccionar el tipo de representación (tablas, fórmulas, gráficos cartesianos realizados con recursos tecnológicos) adecuado a la situación, c) la determinación del dominio, codominio, crecimiento, decrecimiento, etc. En este sentido, es fundamental la utilización de las TIC para modelizar situaciones reales, haciéndose imprescindible la utilización de las netbooks que son entregadas a través de Conectar Igualdad, ya que cuentan con el software de distribución gratuita de geometría dinámica, GeoGebra, que permite interpretar mejor la información que brindan los gráficos, vincular sus variaciones con las fórmulas y establecer la incidencia de tales variaciones en las características de las funciones.

Por otra parte, trabajar con sistemas de ecuaciones permite la matematización de distintas problemáticas relacionadas con otros campos del saber de las Ciencias Sociales, Ciencias Naturales, entre otros.

Desde el punto de vista de la Didáctica de la Matemática, es fundamental que los estudiantes construyan el sentido de los conceptos matemáticos que se trabajan en la escuela y la modelización aporta a tal fin.

Capacidades

- Modelización de situaciones extra e intramatemáticas vinculadas con sistemas de ecuaciones.
- Resolución de problemas seleccionando la representación adecuada a la situación.
- Disposición para defender sus propios puntos de vista, considerar ideas y opiniones de otros, debatirlas y elaborar conclusiones, aceptando que los errores son propios de todo proceso de aprendizaje.

Objetivos

Que los estudiantes:

- Modelicen situaciones extra e intramatemáticas y reconozcan a este proceso como un aspecto esencial de la práctica matemática.
- Interpreten variables, reconozcan dependencia entre variables, dominio, codominio, crecimiento y decrecimiento.
- Utilicen el Geogebra para explorar e interpretar el comportamiento de las funciones de acuerdo con diferentes variaciones de sus parámetros.
- Debatan, conjeturen, elaboren estrategias y las validen en un trabajo colaborativo.
- Valoren el uso de los recursos tecnológicos para la exploración y formulación de conjeturas, para la resolución de problemas y para el control de resultados.
- Confíen en las propias posibilidades para resolver problemas y formularse interrogantes, reconociendo que con dedicación, trabajo y estudio la Matemática es accesible para todos

Tarea

Modelización de situaciones en las que intervienen 2 ecuaciones lineales con 2 incógnitas.


Actividad 1

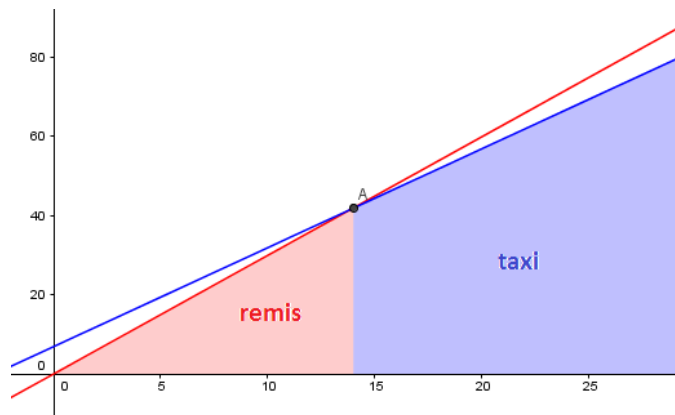
Pablo hizo un viaje a otra ciudad, para visitar a su amigo Martín, en un colectivo de larga distancia. Al llegar a la Terminal de Ómnibus le dijeron que los remises cobran \$3 por cuadra (100 metros recorridos) y que los taxis cobran solamente \$2,5 por cuadra pero con un adicional fijo de \$7. ¿Podés ayudar a Pablo, a decidir si le conviene viajar en remis o en taxi?



- Trabajen de a dos.
- Hagan una tabla en la que se calcule el precio que pagaría tanto por viajar en remis como por viajaren taxi en función de las cuadras recorridas.
- Escriban una fórmula para calcular el precio que cobra el remis.
- Escriban una fórmula para calcular el precio que cobra el taxi.
- ¿Conviene viajar en remis o en taxi? ¿De qué depende la elección?
- ¿Cuándo conviene viajar en remis y cuándo en taxi?
- ¿Existe alguna distancia para la cual de igual viajar en remis o en taxi?
- Dibujen un plano cartesiano y representen ambas funciones.
- Pinten con un color la zona en la que conviene viajar en remis y con otro color en la que conviene viajar en taxi
- ¿Qué representa el punto de intersección?

En Geogebra

- Desde la “Línea de Entrada”, introducir ambas funciones
- Con la herramienta  marcar el punto de intersección de ambas funciones
- Observar en la “Vista algebraica” los valores de las coordenadas del punto de intersección



Observación para el docente: la idea es que los estudiantes puedan identificar el punto de intersección de ambas funciones como la distancia recorrida en el viaje en que, económicamente, **da igual** tomar un remis o un taxi. Plantear la idea de que dos situaciones “se igualen en un punto” daría pie a la explicación de que esta problemática se puede modelizar algebraicamente igualando ambas expresiones en función de una sola variable. Luego de inducir a los estudiantes a despejar esa variable para luego determinar el valor de la otra, se debería institucionalizar que el procedimiento empleado se denomina **Método de Igualación** y que la gráfica construida se denomina **Método Gráfico**. En ambos casos, el conjunto solución es el mismo.

Actividad 2 (Complementaria)

Observación para el docente: el propósito de esta actividad es que los estudiantes puedan crear nuevas estrategias para la solución de problemas prácticos y que refuercen el manejo de las expresiones algebraicas (por ejemplo, sustituir variables por valores y observar el efecto que produce dicha sustitución) como anticipación al **Método de Sustitución** de variables.

Norma, la dueña de la empresa de remises sabe que, (con esta tarifa de \$3 por cuadra) si un pasajero desea viajar más de 14 cuadras seguramente tomará un taxi porque los costos son menores. Entonces, como estrategia de negocios con el fin de aumentar el número de clientes, Norma se plantea bajar el precio por cuadra para que a los pasajeros les convenga viajar en remis hasta 20 cuadras.

- Resuelvan de a dos
- ¿Cuánto debe ser el precio por cuadra que cobra el remis a fin que se iguale la tarifa con la que cobran los taxis a las 20 cuadras de recorrido?
- Escriban la nueva función que modeliza el precio a cobrar por los remises
- Grafiquen las dos funciones (la del remis y la del taxi)
- Identifiquen el punto de intersección entre ambas y comprueben los valores en los que se igualan las funciones

Solución sugerida:

Según la actividad anterior, se sabe que la cantidad de cuadras recorridas en las que da igual viajar en taxi o en remis, está dada por la ecuación $2,5x + 7 = 3x$ para la cual $x = 14$

Si ahora debe ser $x=20$, la incógnita sería el precio que cobra el remis

$$2,5x + 7 = 3x$$

$$2,5(20) + 7 = p(20)$$

$$57 / 20 = p$$

$$2,85 = p$$

La nueva función que modeliza el precio a cobrar por los remises será: $y = 2,85x$

Actividad 3

Observación para el docente: con esta actividad se pretende que los estudiantes puedan sustituir una variable por algún valor determinado, para determinar el valor de otra. Además, se pretende que puedan sustituir una variable por una expresión algebraica para determinar el valor de otra. La idea es anticiparse al **Método de Sustitución** de variables.

Se tiene la siguiente expresión algebraica: $y = 4.x$

- si x vale **3** ¿cuánto vale y ?
- se puede sustituir la x por su valor **3** en la expresión $y = 4.x$?

$$y = 4.x$$



$$y = 4.3 \leftarrow \text{sustituimos la variable } x \text{ por el valor } 3$$

$$y = 12 \leftarrow \text{resolvemos}$$

Por otra parte, sabiendo que $y = 4.x$

- si no supiéramos el valor exacto de x y sólo supiéramos que $x = (y - 9)$ ¿cuál es el valor de la variable y ?
- se podría reemplazar la x por su valor $(y - 9)$ en la expresión $y = 4.x$?

$$y = 4.x$$



$$y = 4.(y - 9) \leftarrow \text{sustituimos la variable } x \text{ por la expresión } (y - 9)$$

$$y = 4.y - 4.9 \leftarrow \text{aplicamos propiedad distributiva}$$

$$y = 4.y - 36$$

$$y - 4.y = -36 \leftarrow \text{hacemos "pasaje de términos"}$$

$$-3.y = -36$$

$$y = -36 / -3$$

$$y = 12$$

Actividad 4

Observación para el docente: el propósito de esta actividad es que los estudiantes puedan sustituir variables por expresiones algebraicas, como estrategia de resolución de problemas.

Pablo y Martín fueron a comprar pasajes en una empresa de colectivos. El encargado de la boletería le dijo que solo disponía de un asiento en la categoría Platinum y un asiento en la categoría semi cama. Si sabemos que Pablo pagó 1,5 veces más que Martín y además sabemos que Martín pagó 150 pesos menos que Pablo. ¿Cuánto pagaron de pasaje cada uno?

- Resuelvan de a dos
- Designen como “x” e “y” al precio que pagaron Martín y Pablo respectivamente
- Escriban la fórmula que representa el precio pagado por Pablo en función del precio pagado por Martín
- Escriban la fórmula que representa el precio pagado por Martín en función del precio pagado por Pablo
- Recuperando la actividad anterior, ¿Se puede sustituir la expresión del precio de Martín en la expresión de Pablo y dejarla con una sola variable?
- Pueden despejar esa variable?
- Ahora que conocemos el valor de la variable que representa al precio pagado por Pablo ¿Pueden saber el valor del precio pagado por Martín?
- En Geogebra, desde la línea de entradas introducir ambas funciones

Solución sugerida:

Pablo es y

Martín es x

Pablo pagó 1,5 veces más que Martín $y=1,5x$

Martín pago 150 pesos menos que Pablo $x=y-150$

$$Y = 1,5 \cdot (y - 150)$$

$$Y = 1,5y - 225$$

$$Y = 450$$

Observación para el docente: En este momento se debería institucionalizar que el método utilizado se denomina **Método de Sustitución** de variables.

Contenidos disciplinares

- Sistema de ecuaciones lineales con dos incógnitas.
- Variables, dependencia e independencia, dominio, codominio.

Saberes previos

- Función lineal.
- Diseño de fórmulas.
- Gráficos en el eje cartesiano.
- Utilización de las herramientas básicas del GeoGebra.

Bibliografía
